

## مقایسه ارقام و سیستم شمارش قوم‌های کهن ایرانی با دیگر اقوام

نسرین تارویردی‌زاده<sup>۱</sup>، مجتبی منشی‌زاده<sup>۲</sup>، علی شهیدی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری فرهنگ و زبان‌های باستانی ایران

<sup>۲</sup> استاد دانشگاه علامه طباطبائی، گروه فرهنگ و زبان‌های باستانی

<sup>۳</sup> استادیار دانشگاه تهران، گروه فرهنگ و زبان‌های باستانی

### چکیده

بخش اعظم دانشی که درباره علم و معرفت ریاضی کهن به دست ما رسیده است متکی بر دانش بابلی است، زیرا اطلاعات بسیاری درباره همه دانش‌های سومری که به خط اکدی (بابلی) نوشته شده است، آشکار می‌شود. می‌توان به این گونه دانش نام علم بین‌النهرینی، سومری یا اکدی داد؛ اما آنچه باید به خاطر داشت این است که این علم، رنگ و منشأ سومری دارد. این دانش‌ها بر روی لوح‌ها هستند و تاریخ دقیقی برای لوح‌ها نمی‌توان در نظر گرفت، زیرا فاقد تاریخ هستند. در این پژوهش مقایسه سیستم‌های عددی بین‌النهرین با یکدیگر و سیستم‌های عددی لوانتین باهم مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته‌اند که نشان می‌دهد در بعضی از اعداد از تأثیر گرفته و شبیه هم هستند و در بعضی اعداد دیگر با یکدیگر متفاوت هستند.

**واژه‌های کلیدی:** ارقام، سیستم شمارش، زبان‌های کهن، لوانتین، بین‌النهرین

بخش اعظم دانشی که دربارهٔ علم و معرفت ریاضی کهن به دست ما رسیده است متکی بر دانش بابلی است، زیرا اطلاعات بسیاری دربارهٔ همه دانش‌های سومری که به خط اکدی (بابلی) نوشته شده است، آشکار می‌شود. می‌توان به این‌گونه دانش نام علم بین‌النهرینی، سومری یا اکدی داد؛ اما آنچه باید به خاطر داشت این است که این علم، رنگ و منشأ سومری دارد. این دانش‌ها بر روی لوح‌ها هستند و تاریخ دقیقی برای لوح‌ها نمی‌توان در نظر گرفت، زیرا فاقد تاریخ هستند. آن تعداد از لوحه‌های ریاضی که خوانده شده است شامل لوحه‌های ریاضی و لوحه‌های جداول و بر روی هم شامل «۲۶۰» لوحه است. تاریخ این لوحه‌ها به‌درستی معلوم نیست زیرا مطالب این لوحه‌ها، به‌مانند مطالب ریاضی مصری بر روی چیزی مانند پاپیروس نبوده است و بدین لحاظ خواندن آن‌ها آسان نمی‌نمود و البته تعداد لوحه‌های خوانده شده از حدود شصت لوح تجاوز نمی‌کند. (بهزادی، ۱۳۹۱: ۴۲۷)

نوشته‌های جهانگردان، از زندگی بسیاری از قبیله‌های استرالیا و پولینزی روشن می‌کند که آن‌ها تا همین اواخر، تنها دو عدد را برای شمار می‌شناختند، یعنی یک و دو. آن‌ها، برای عددهای بزرگ‌تر از دو، از همین دو عدد استفاده می‌کردند. مثلاً: یک-دو-دو=۵، یا دو-دو=۶ و وقتی به عددی بزرگ‌تر از ۶ نیاز داشتند از واژه «بسیار» استفاده می‌کردند. این درواقع، همان عددشماری بر مبنای «دو» است که تقریباً برای همهٔ انسان‌های نخستین وجود داشته است (بهزادی، ۱۳۹۱: ۳۹۶).

کلدانی‌ها بیش از همه به مطالعهٔ عدد مقدس ۶۰ و توان‌های آن (۶۰۲، ۶۰۳، ۶۰۴ جز آن) می‌پرداختند و آن‌ها را تبدیل به اعداد گول‌پیکر می‌کردند، مانند « $60 \times 7 + 1 = 421$ ». ظاهراً کاهنان از این تبدیل‌ها برای اخترشناسی و طالع‌بینی استفاده می‌کردند. به این ترتیب به خاطر اعتقادی که به خاصیت‌های اسرارآمیز عدد داشتند، با عددهای بزرگ و عمل‌های مختلف روی آن‌ها آشنا شدند و از این راه به پیشبرد دانش حساب کمک بسیاری کردند. هرچند آموزش عددهای بزرگ خاص کاهنان بود، در افسانه‌های مذهبی و در بین مردمان عادی نقش اصلی به عهدهٔ اعداد کوچک بود، مثلاً عدد ۷ هنوز نیز در مثل‌ها، ادبیات عامه و جادوگری‌ها نقش خود را حفظ کرده است. (حسینی شکرایی، ۱۳۹۰: ۲۸)

دوران ریاضیات امروزی

۱. بهزادی، قوم‌های کهن، ۱۳۹۱: ۳۹۸.

## ۲. پیشینه تحقیق

بررسی درباره‌ی جایگاه اعداد در فرهنگ ایران باستان و میانه موضوعی است که در مقایسه با دیگر علوم کمتر مورد عنایت محققین ایرانی قرار گرفته است. تحقیقات جامع و کاملی انجام نشده و به صورت خلاصه در زبان‌های مختلف در میان متون در حدود چند صفحه توضیح داده شده است؛ اما پژوهشگران و نویسندگان خارجی در زمینه‌ی علم اعداد در باستان پژوهش‌های زیادی انجام داده‌اند. کتاب‌های خارجی در این زمینه می‌توان به کتاب‌های زیر مراجعه کرد:

- Nu  
merical notation a comparative history
- Th  
e History Of Mathematics
- Nu  
merals: Comparative-etymological Analyses of Numeral Systems and Their Implications: Saharan, Nubian, Egyptian, Berber, Kartvelian, Uralic, Altaic and Indo-European Languages In Search of the Indo-Europeans/Language, Archaeology and Myth.

و در ایران پایان‌نامه دکتری خانم حسینی‌شکرایبی به نام «بررسی نقش اعداد از باستان تاکنون» که در ۱۳۸۹ نگارش گردیده است و تارویردیزاده و همکاران (۱۳۹۸) مقاله تحقیقی تحت عنوان: «ارقام و سیستم شمارش زبان‌های کهن ایرانی» را ارائه نموده‌اند. نقش اعداد از باستان تا فارسی امروزی را بررسی نموده است و شمارش‌های ابتدایی و پایه‌ی اعداد یا دستگاه عددی؛ عدد واژه‌ها و بررسی اعداد در تمدن‌های کهن؛ اعداد در علم نجوم باستانی؛ ساخت اعداد در زبان‌های ایرانی؛ اعداد و کاربرد آن‌ها در هفت زبان اوستایی، فارسی باستان، فارسی میانه، زبان سغدی، زبان ختنی، زبان خوارزمی و فارسی جدید؛ را مورد بررسی قرار داده است.

اهمیت و ضرورت انجام این پژوهش در آن است که برخی ویژگی‌ها و جنبه‌های دانش حساب و عدد و رد پای آن از دوران کهن در دوران متأخرتر برجای مانده، روشن گردد؛ و به کاستی‌های انجام‌شده در تحقیقات گذشته، به بررسی و مقایسه‌ی ارقام و دستگاه شمارش در اقوام کهن با توجه به زمان پرداخته می‌شود.

## ۳. ارقام و دستگاه شمارش

تأثیر ده انگشت در «انتخاب» مبنای دستگاه شمارش کاملاً مشهود است. در تمام زبان‌های هندواروپایی و همچنین زبان‌های سامی و مغولی و اغلب زبان‌های ابتدایی مبنای شمارش ده است، یعنی تا ده، کلمات مستقلی برای اعداد وجود دارد و بعد از آن برای به وجود آوردن کلمات تا صد، قواعدی برای ترکیب اعداد به کار می‌رود. تمام این زبان‌ها برای اعداد ۱۰۰ و ۱۰۰۰ و بعضی زبان‌ها حتی برای مضارب اعشاری بالاتر از آن‌ها کلمات مستقلی دارند. استثنای مشهودی نیز مانند eleven و twelve در زبان انگلیسی یا elf و Zwölf در زبان آلمانی دیده می‌شود، اما اصل این دو کلمه آلمانی ein-lif و zwo-lif است و lif در زبان آلمانی قدیم همان ده بوده و بنا به گفته‌ی زبان‌شناسان eleven (یازده) از ein-lif-on\* به معنی «یکروی ده» و twelve (دوازده) از twe-lif\* به معنی «دوروی ده» گرفته شده است (حسینی‌شکرایبی، ۱۳۹۰: ۲۲).

درواقع، برای بشر در این مرحله از «محاسبه» عدد هنوز به صورت انتزاعی درنیامده بود و «تعداد» را، همراه با مجموعه ویژگی‌های دیگر اشیا مانند رنگ، شکل، اندازه و رفتار و ... در نظر می‌گرفت. ولی این مرحله شمارش تا زمانی کفایت می‌کرد که سطح تولید پایین بود، کارها بغرنج نشده بود، ارتباط میان قبیله‌ها معمول نبود و در این مرحله، عدد، با سایر ویژگی‌های خود همراه بود که باید آن را «عدد کیفی» نامید، ولی به تدریج و به خصوص وقتی که ارتباط‌ها گسترش یافت، «عدد کیفی»، نمی‌توانست نیازها را برآورد. در این مرحله، انگشتان دست‌ها و پاها و حتی بند انگشتان به کمک آمدند و جای «عدد کیفی» را گرفتند. این، آغاز انتزاع و آغاز شکل‌گیری «عدد کمی» است، یعنی عدد، بدون توجه به ویژگی‌های دیگر اشیا بود. عددشماری و عددنویسی دهدهی که امروزه در همه جا رایج است، ریشه در شمارش با ۱۰ انگشت دست دارد. مبنای ۵ و ۲۰ و ۱۲ هم که

در بین بسیاری از قوم‌های کهن معمول بوده است، به همین تعداد انگشتان و بندهای انگشتان مربوط بوده است (بهزادی، ۱۳۹۱: ۳۹۷).

شواهدی وجود دارد که ۲، ۳ و ۴ نیز به صورت پایه‌های عددی اولیه به کار می‌رفته‌اند، مثلاً روش شمارش بعضی از قبایل آمریکای جنوبی چنین است: یک، دو، دو و یک، دو و دو، خیلی. یا برای نام‌های چند عدد نخستین، پایه ۳ را دارند یا از ۴ استفاده می‌کنند (حسینی شکرایی، ۱۳۹۰: ۲۳).

همچنین ۱۲ احتمالاً به صورت پایه در دوره‌های باستان و عمدتاً در اندازه‌گیری‌ها به کار می‌رفته است. این پایه ممکن است به خاطر تعداد تقریبی ماه‌های قمری در یک سال، یا به دلیل مقسوم‌علیه‌های زیادی که دارد مطرح شده باشد. به هر صورت ۱۲ را در تقسیم‌بندی ساعت‌ها و تعداد ماه‌های سال داریم و از کلمات دوجین و قرص برای واحدهای بالاتر با همین مبنا استفاده شده است (حسینی شکرایی، ۱۳۹۰: ۲۴).

رسوم باستانی دیگری را در میان برخی اقوام یافت که در آن‌ها عدد بخصوصی به صورت نوعی مبنا به کار می‌رفت، ولو عددی که برخلاف ده، پایه یک دستگاه عددشماری نبود. یکی از این موارد، استفاده عهد عتیق از عدد ۴۰ است، مانند چهل روز و چهل شب. چنین مواردی در میان قبایل آمریکایی جنوبی نیز دیده می‌شود (حسینی شکرایی، ۱۳۹۰: ۲۴).

علاوه بر دستگاه دهدهی، دو مبنای دیگر نیز متداول است، یعنی دستگاه پنج پنجی با مبنای ۵ و بیست بیستی با مبنای ۲۰. این دو دستگاه نیز نشان‌دهنده آن است که دستگاه شمارش از توجه به شخص انسان پیدا شد. در دستگاه پنج پنجی برای اعداد تا پنج، کلمات مستقلی وجود دارد و از آن به بعد ترکیبات شروع می‌شود. مسلماً منشأ این دستگاه در میان مردمی بوده که عادت داشته‌اند با یک‌دست شمارش کنند. در حال حاضر بعضی از قبایل آمریکای جنوبی از همین روش استفاده می‌کنند: یک، دو، سه، چهار، دست، دست و یک، دست و دو و الی آخر. در تقویم‌های دهقانی آلمان تا حدود سال ۱۸۰۰ میلادی از مقیاس پنج پنجی استفاده می‌شد. احتمالاً منشأ دستگاه بیست بیستی در میان قبایل بدوی بوده است که با انگشتان دست و پای خود شمارش می‌کردند. دستگاه عددی مایاهای آمریکای مرکزی و آزتک‌ها<sup>۲</sup> دارای چنین خصوصیتی بود (جدول ۱).

جدول ۱- نشانه عددی

آزتک<sup>۳</sup>

1	20	400	8000
•	≧ P	▲ ▲▲	⚙
$27,469 = (3 \times 8000) + (8 \times 400) + (13 \times 20) + (9 \times 1)$			

احتمالاً منشأ دستگاه بیست بیستی در میان قبایل بدوی بوده است که با انگشتان دست و پای خود شمارش می‌کردند. دستگاه عددی مایاهای آمریکای مرکزی و آزتک‌ها دارای چنین خصوصیتی بود. روزهای آزتک‌ها به ۲۰ ساعت تقسیم می‌شد و یک لشکر آن‌ها شامل ۸۰۰۰ سرباز بود ( $8000 = 20 \times 20 \times 20$ ). آثاری از وجود پایه ۲۰ که ریشه سلتی دارد در کلمات فرانسوی quatre-vingt (چهار بیست) به جای huitante (هشتاد) و quatre-vingt-dix (چهار

۲. یک تمدن آمریکای مرکزی را در مکزیک مرکزی شامل می‌شدند.

۳. پین و کلوس، ۱۹۸۶، ۲۳۴-۲۳۵.

- بیست - ده) به جای nonante (نود) دیده می‌شود. گرینلندی‌ها از عبارت «یک مرد» به معنی (۲۰) و «دو مرد» به معنی (۴۰) و الی آخر استفاده می‌کنند. در زبان انگلیسی کلمهٔ رایج score هم به معنی چوب‌خط و هم به معنی گروه بیست‌تایی است. در بعضی زبان‌های ایرانی نیز سیستم بیست‌تایی دیده می‌شود، مثلاً شصت در زبان آسی (دیگور) می‌شود ärtinsäji (۳×۲۰). در بلوچی saigist و در یغنابی tīrāybist. همچنین ۱۲ احتمالاً به صورت پایه در دوره‌های باستان و عمدتاً در اندازه‌گیری‌ها به کار می‌رفته است. این پایه ممکن است به خاطر تعداد تقریبی ماه‌های قمری در یک سال، یا به دلیل مقسوم‌علیه‌های زیادی که دارد مطرح شده باشد (حسینی شکرایی، ۱۳۹۰: ۲۳).

مقیاس شصت‌گانی، دستگاه عددی بر مبنای ۶۰ است که بابلی‌های باستان از آن استفاده می‌کرده‌اند و هنوز نیز در اندازه‌گیری‌های زمان و زوایا برحسب دقیقه و ثانیه به کار می‌رود. همچنین می‌توان رسوم باستانی دیگری را در میان برخی اقوام یافت که در آن‌ها عدد بخصوصی به صورت نوعی مبنا به کار می‌رفت، ولو عددی که برخلاف ده، پایهٔ یک دستگاه عددشماری نبود. یکی از این موارد، استفادهٔ عهد عتیق از عدد ۴۰ است، مانند چهل روز و چهل شب. چنین مواردی در میان قبایل آمریکایی جنوبی نیز دیده می‌شود (حسینی شکرایی، ۱۳۹۰: ۲۴).

#### ۴. ارقام و دستگاه شمارش اقوام کهن

در ذیل به بررسی ارقام و دستگاه شمارش اقوام کهن در بین‌النهرین، مصر، سومری، ایلام اولیه، آرامی، هندی و بودائی، یونانی و رومی پرداخته شده است.

##### ۴-۱- بین‌النهرین

اقوام قدیم بین‌النهرین، اعداد را با خط میخی نمایش داده آن‌ها را در دستگاه شمار شصت‌گانی (بر پایه‌ی شصت) با ارزش مکانی می‌نوشتند ولی هر یک از ۵۹ رقم این دستگاه به نوبه‌ی خود فقط با دو علامت، یکی به ارزش «۱» و دیگری به ارزش «۱۰» یعنی در یک دستگاه شمار دهگانی و بدون ارزش مکانی، نمایش داده و نگاشته می‌شد که این نشانه‌ها را در کنار یا بالای یکدیگر می‌نوشتند. در این دستگاه هیچ نشانه‌ای برای نمایاندن «صفر» نبود و برای مراتبی که ضریب آن‌ها صفر بود اغلب یک جای خالی در نظر می‌گرفتند که باعث می‌شد مقدار دقیق یک رقم تنها با بررسی (چند باره‌ی) محاسبات معلوم گردد (جدول ۲) (آقاشریف، ۱۳۸۴: ۴).

جدول ۲- مقایسه مربوط به سیستم عددی بین‌النهرین<sup>۴</sup>

سیستم	1	10	60	100	120	600	1000	1200	3600	7200	10,000	36,000
سیستمهای قدیمی												
شصت تایی	D	●	D			D			●			⊙
شصت شصتی	D	●	D		⊠			⊠		⊠		
شصت شصتی ۲	⊠	⊠	⊠		⊠			⊠				
ده‌دهی ایلامی اولیه	D	●		⊠			⊠				⊠	
سیستمهای خط میخی												
سومری	I	<	I			K			⊠			⊠
آشوری-بابلی	I	<	I	└			<└					
ماری	I	<		I			└└				└└	
هییتی	I	<	I	└								
فارسی قدیم	I	<		└								
بابلی موقعیتی	I	<	I			<			I			<

نشانه‌گذاری عددی ابتدا در بین‌النهرین حدود ۳۵۰۰ پیش از میلاد، هم‌زمان یا کمی زودتر از توسعه‌ی آن در مصر توسعه یافت. محققان علاقه‌مند به انتشار نجوم و ریاضیات بابل به یونانی‌ها مدت طولانی شماره‌گذاری بین‌النهرین را مطالعه کرده‌اند (نوگباور ۱۹۵۷، ون در واردن ۱۹۶۳). با این حال، به تصویر کشیدن تبار زایش بین‌النهرین از سیستم‌های نشانه‌گذاری عددی به عنوان یک نمونه‌ی اولیه برای تکامل اعداد، یا استفاده از آن به عنوان پایه‌ای برای یک الگوی تکاملی جهانی، خطرناک است. در حالی که ریاضیات بین‌النهرین برای درک تحولات اواخر یونان اهمیت دارد (و به نوبه‌ی خود، ریاضیات غربی امروزی)، شماره‌گذاری بین‌النهرین تقریباً یک بن‌بست تاریخی است. اگرچه اعداد بین‌النهرین تاریخ سه‌هزارساله داشتند، به لحاظ جغرافیایی فراتر از نقطه‌ی مبدأ خود گسترش نیافتند و هنگامی که تحت فشار سیستم‌های نشانه‌گذاری عددی ساکنان بعدی منطقه قرار گرفتند، باقی نماندند.

علائم اصلی سیستم‌های نشانه‌گذاری عددی بین‌النهرین در جدول ۲ نشان داده شده‌اند. بسته به ویژگی‌هایی که ما بر آن تأکید می‌کنیم، چندین روش برای طبقه‌بندی آن‌ها وجود دارد. با نگاه به علائم عددی به تنهایی، این سیستم‌ها به طور منظم به سیستم‌های قدیمی مورد استفاده قبل از ۲۰۰۰ پیش از میلاد و نوشته شده با استفاده از نمادهای خط میخی ایجاد شده با قلم گرد و سیستم‌های خط میخی بعدی نوشته شده با استفاده از نمادهای گوه‌شکل تقسیم می‌شوند. هر دو تقریباً منحصرأ بر روی لوح‌ها با استفاده از یک قلم برای باقی ماندن علائم روی رُس مرطوب نوشته می‌شدند. تمایز مهم دیگر بین سیستم‌هایی است که عمدتاً ده‌دهی و آن‌هایی است که عمدتاً شصت‌تایی یا پایه‌ی ۶۰ هستند. بین‌النهرین تنها منطقه‌ی جهان است که در آن نشانه‌گذاری عددی شصت‌تایی تأیید شده است.<sup>۵</sup> در نهایت، با مقایسه‌ی ساختارهای بین‌نمایی سیستم‌ها، می‌توانیم بین

۴. Chrisomalis, Stephon, ۲۰۱۰: ۲۴۲.

۵. با این حال، پرایس و پوسپیسیل (۱۹۶۶) ادعا می‌کنند که کاپوکو از پاپوآ گینه نو، اعداد حروفی شصت‌تایی خود را از نشانه‌گذاری عددی نظیر بابلی استخراج کردند.

سیستم‌های افزایشی که شامل بیشتر سیستم‌ها و سیستم‌های موقعیتی هستند تمایز قائل شویم که تنها مثال درست سیستم موقعیتی بابلی است.<sup>۶</sup>

#### ۴-۲- سیستم‌های لوانتین<sup>۷</sup>

هزاره‌ی اول پیش از میلاد عصر تجارت، جنگ و استعمار قابل‌توجه بین منطقه‌ای در لوانت بود. این منطقه برای مصر و بین‌النهرین جانبی بود و بنابراین در معرض تأثیرات فرهنگی متعدد بود. سیستم‌های نشانه‌گذاری عددی مختلف لوانتین که در هزاره‌ی اول پیش از میلاد توسعه یافتند، چندین ویژگی مشترک داشتند که نشان‌دهنده‌ی وام‌دار بودن آن‌ها به بین‌النهرین و مصر است، درحالی‌که نشان‌دهنده‌ی انرژی نوآورانه‌ی قابل‌توجه سازندگان بومی آن‌ها است. درحالی‌که این تبارزایش سیستم‌های نشانه‌گذاری عددی توسعه‌یافته بود و به‌طور گسترده در لوانت استفاده می‌شد، درنهایت در روش‌های مختلف خط در آسیای صغیر، عربستان، ایران، شبه‌قاره‌ی هند و آسیای مرکزی پذیرفته‌شده بود. نشانه‌گذاری آرامی معروف‌ترین خانواده‌ی سیستم‌های لوانتین است که شامل سیستم‌های فنیقی، پالمیرین، نبطی، خروشتی، هاتران، سریانی قدیم، فارسی میانه، سغدی، مانوی و پهلوی نیز است. معمول‌ترین علائم مورد استفاده از این سیستم‌ها در جدول ۳ نشان داده‌شده‌اند.

جدول ۳- مقایسه سیستم‌های نشانه‌گذاری لوانتین

	1	2	4	5	10	20	100	500	1000	10,000
آرامی	𐤀			𐤁	𐤂	𐤃	𐤄 𐤅		𐤆	𐤇
فنیقی	𐤁				𐤂	𐤃 𐤄 𐤅 𐤆 𐤇 𐤈	𐤉 𐤊 𐤋 𐤌 𐤍 𐤎 𐤏		𐤐	
پالمیرین	𐤁			𐤂	𐤃	𐤄	𐤅			
نبطی	𐤁		𐤂	𐤃	𐤄	𐤅	𐤆			
خروشتی	𐤁		𐤂		𐤃	𐤄	𐤅 𐤆 𐤇		𐤈 𐤉	
هاتران	𐤁			𐤂	𐤃	𐤄 𐤅	𐤆			
سریانی قدیم	𐤁	𐤂		𐤃	𐤄	𐤅	𐤆	𐤇		
فارسی میانه	𐭀				𐭁	𐭂	𐭃		𐭄	
سغدی	𐭀				𐭁	𐭂	𐭃		𐭄	
مانوی	𐭀	𐭁		𐭂	𐭃	𐭄	𐭅			
پهلوی	𐭀	𐭁	𐭂		𐭃	𐭄	𐭅		𐭆	

متأسفانه، علیرغم استفاده‌ی گسترده از آن‌ها در یک منطقه‌ی جغرافیایی بزرگ، این سیستم‌ها در تحقیقات اخیر بسیار ضعیف تحلیل می‌شوند، بنابراین برای تحلیل نشانه‌گذاری عددی لوانتین باید به کار قبلی کتیبه‌شناسان و خط‌شناسانی مانند شروو (۱۸۶۹)، دووال (۱۸۸۱)، لیدبارسکی (۱۸۹۸)، کوک (۱۹۰۳) و کانتاینو (۱۹۳۰، ۱۹۳۵) مراجعه کنیم. با وجود عصر این آثار، هیچ دلیلی برای تحقیق داده‌های ارائه‌شده وجود ندارد. با این حال، این سنت تحقیق عمدتاً به سمت مطالعه‌ی متون جوامع مشخص گرایش داشت. مسائل انتشار و مقایسه‌ی بین‌فرهنگی قبلاً مورد توجه قرار نگرفته‌اند و کار زیادی باید انجام شود.

۶. تاروپردی‌زاده، ارتباط سیاق با اعداد با اعداد در ایران باستان، ۱۳۹۲.

۷. Chrisomalis, Stephon, ۲۰۱۰: ۲۴۲.

## ۴-۳- اعداد سومری

تنها سیستم در میان چندین سیستم خط میخی اولیه که در دوران دودمانی ابتدایی (۲۹۰۰ تا ۲۳۵۰ پیش از میلاد) باقی ماند، سیستم شصت تایی (دقیق تر، ده دهی-شصت تایی) بود. این سیستم درحالی که در اصل تنها برای شمارش اشیاء گسسته استفاده می شد، شروع استفاده از آن برای تمام توابع عددی به عنوان نظام های اندازه گیری قدیمی رها شد. در ابتدای دوره ی دودمانی ابتدایی، تغییرات قابل توجهی در خط این منطقه صورت گرفته بود. سیستم نماد ایدیوگرافیک قدیمی تر و خط میخی اولیه ی کج، به آرامی به یک سیستم نوشتاری تبدیل شد که از علائم گوه ای شکل (خط میخی) استفاده می کرد و اطلاعات آوایی و همچنین مفهومی را بیان می کرد. از این می توان گفت که سومری زبانی بود که در آن، این خط خوانده می - شد. با این حال، با وجود این تغییرات در این خط، علائم عددی با علائم شصت تایی باستانی یکسان باقی ماندند. یک تغییر مهم رخ داده در قرن بیست و هفتم پیش از میلاد، زمانی که اعداد مانند کل خط، تحت چرخش نود درجه قرار گرفتند، به طوری که به جای عمودی از بالا به پایین به صورت افقی از چپ به راست خوانده می شدند (جدول ۴) (نیسن، دامرو و انگلاند، ۱۹۹۳: ۲۸).

جدول ۴- اعداد قدیمی سومری<sup>۸</sup>

	1	10	60	600	3600	36,000
عمودی						
افقی						
$14,254 = \text{vertical circle} \text{ vertical circle} \text{ vertical U-shape} \text{ vertical U-shape} \text{ vertical U-shape} \text{ vertical U-shape} \text{ vertical U-shape} \text{ vertical U-shape}$ $(3 \times 3600) + (5 \times 600) + (7 \times 60) + (3 \times 10) + (4 \times 1)$						
$19 = \text{vertical circle} \text{ vertical circle} \text{ horizontal wedge} \quad (20 \text{ LAL } 1)$						

## ۴-۴- اعداد ایلامی اولیه

حدود ۳۱۰۰ پیش از میلاد، یک سیستم نوشتار ایدیوگرافیک در جنوب و غرب ایران، منطقه ای با نام ایلام در منابع اواخر بین النهرین توسعه یافت. این خط که امروزه با عنوان "ایلامی اولیه" شناخته می شود، در بیش از ۱۵۰۰ متن، عمدتاً از مرکز شهری اصلی منطقه، شوش، تأیید شده است؛ بیشترین قدمت آن ها از دوره ی شوش سوم حدود ۳۰۰۰ پیش از میلاد است. چند متن ایلامی اولیه ی دیگر در تپه یحیی و دیگر نقاط در ایران امروزی یافت شده اند. این یک خط طولی است که از راست به چپ و خطوط از بالا به پایین خوانده می شود. زبان آن را نمی توان شناسایی کرد، اما اعداد ایلامی اولیه را می توان خواند. درحالی که ایدیوگرام های ایلامی اولیه متفاوت از ایدیوگرام های اوایل بین النهرین است، اعداد ایلامی اولیه بسیار مشابه نظام های خط میخی اولیه هستند (جدول ۵).

۸. پاول، ۱۹۷۱: ۴۷.



جدول ۵- اعداد ایلامی اولیه (اشیاء گسسته)<sup>۹</sup>

عملکرد	10000	3600	1200	1000	600	120	100	60	10	1
اشیای بی جان										
محصولات غله‌ای										
اشیای جاندار										

## ۴-۵- اعداد آرامی

آرامی‌ها که در اصل در بخش بزرگی از سوریه‌ی کنونی ساکن بودند، اولین بار در اسناد باستان‌شناسی و کتبی در اواخر هزاره‌ی دوم قبل از میلاد، تشخیص داده شدند. آرامی‌ها در قرون هشتم و نهم پیش از میلاد تا زمانی که تحت سلطه‌ی امپراتوری آشوری قرار گرفتند، بر تعدادی از کشورهای کوچک در لوانت حکمرانی می‌کردند. تقریباً در همین زمان، یک خط صامت بر اساس مدل حروف صامت فنیقی از قبل موجود ایجاد کردند. تا قرن هشتم پیش از میلاد، نوشته‌های آرامی شروع به درج علائم عددی کردند که در جدول ۶ نشان داده شده‌اند.

جدول ۶- اعداد آرامی<sup>۱۰</sup>

1000	100	20	10	1
2894 =				

## ۴-۶- اعداد هندی و بودائی

ارقام و دستگاه شمار هندی؛ یکی از شاهکارهای ریاضیات هند، دستگاه شمار دهگانی با ارزش مکانی یعنی همان دستگاه شمار رایج امروزی است. نخستین نشانه‌های بهره‌گیری از دستگاه اعشاری هند (البته به صورت ابتدایی) به ۳۰۰ سال پیش از میلاد برمی‌گردد. در این زمان، هندی‌ها مانند یونانیان برای اعداد ۱ تا ۹ و ۱۰، ۲۰، ... تا ۹۰، هجده حرف از الفبای براهمی را به کار می‌بردند. نیز دو نشانه‌ی ویژه برای نمایش دو عدد ۱۰۰ و ۱۰۰۰ به کار می‌رفت؛ و برای نشان دادن مضارب اعداد، همان روش مصر استفاده می‌شد (آقاشریف، ۱۳۸۴: ۴).

هندیان به خصوص علاقه به عددهای بسیار بزرگ را از کلدانی‌ها به ارث بردند. مثلاً در اساطیر هندی گفت‌وگو از ۲۴۰۰۰ میلیارد خداست و بودا ۶۰۰۰۰۰ پسر دارد؛ اما هندی‌ها اغلب این عددهای بسیار بزرگ را برای بیان توانایی و دانایی خداوند استفاده می‌کردند. مثلاً در افسانه‌ای درباره بودا گفته می‌شود که او می‌توانست همه مرتبه‌های عددها را از ۱ تا ۱۰۵۴ یعنی عددی که از واحد با ۵۴ صفر در سمت راست آن درست شده است، بخواند. ارزش این علاقه هندی‌ها به عددهای بزرگ، برای دانش این بود که دستگاه عددنویسی دهدهی امروزی را کشف کردند. در سنت ودایی عدد ۱۰۰۱ به آن ذات مطلق

۹. انگلاند، ۱۹۹۶: ۱۶۲.

۱۰. لیدزبارسکی، ۱۸۹۸: ۲۰۲-۲۰۱.

دگرگونی ناپذیر اشاره می‌کند که سرور بیکران است. عدد ۱۰۰ نشان‌دهنده حیات معنوی جاودانه است؛ حیاتی در پرتو نور، این جان‌بخش یکتا. صفر دایره‌وار نشان‌دهنده کامل بودن دوجهان آفرینش است و عدد ۱ به آن واحد یکتا اشاره دارد که جهان و همه‌چیز از او پدید آمده است و به او باز می‌گردد (حسینی‌شکری، ۱۳۹۰: ۳۳).

#### ۴-۷- ارقام و دستگاه شمار یونانی

یونانیان برخلاف مصری‌ها و بابلی‌ها، بیشتر به جنبه‌های علمی و نظری اعداد، توجه داشتند. فیثاغورس (حدود ۵۰۰ ق.م) و پیروان او برای اعداد خواص سحرآمیزی قائل بوده تعبیری برای هر عدد در نظر می‌گرفتند. مثلاً اعداد زوج را مؤنث، اعداد فرد را مذکر و عدد ۵ را که کوچک‌ترین حاصل جمع زوج و فرد بود، نماد زناشویی می‌پنداشتند. درواقع فیثاغورس و پیروان او را می‌توان پیش‌گامان بسط نظریه‌ی اعداد که از خواص آن‌ها بحث می‌کند - به شمار آورد. یونانی‌ها تقریباً از ۵۰۰ ق.م، هر یک از ۲۷ حرف الفبای خود را به ترتیب برای نشان دادن یکی از اعداد ۱ تا ۹ و مضارب ده و صد این اعداد (۱۰، ۲۰، ۳۰، ...، ۱۰۰، ۲۰۰ تا ۹۰۰) به کار می‌بردند. بدین‌سان آن‌ها ناچار بودند برای مرتبه‌ی هزارگان و بالاتر از نشانه‌های اضافی سود ببرند. در این دستگاه نیز مانند سیستم مصری، ارزش ارقام مختلف با یکدیگر جمع می‌شد (آقاشریف، ۱۳۸۴: ۳).

#### ۴-۸- اعداد رومی

ارقام و دستگاه شمار رومی‌ها برای نمایش اعداد ۱، ۵، ۱۰، ۵۰، ۱۰۰، ۵۰۰ و ۱۰۰۰، به ترتیب از حروف D, C, L, X, V, I و M استفاده می‌کردند که درواقع تفاوت میان این دستگاه با دستگاه مصری در وجود نشانه‌ای مستقل برای اعداد ۵، ۵۰ و ۵۰۰ در دستگاه رومی بود. همچنین اگر در این دستگاه، ارقام I, X, C یا به ترتیب در سمت چپ اولین دو رقم بزرگ‌تر از خود D, C, L, X, V و M قرار می‌گرفتند، عدد کوچ‌تر از عدد بزرگ‌تر کاسته می‌شد و اگر در سمت راست جای می‌گرفتند، همانند سیستم مصری جمع می‌شد (نورآقایی، ۱۳۸۷: ۴).

#### ۴-۹- اعداد مصر

ارقام و دستگاه شمار مصری، در مصر باستان اعداد در یک دستگاه شمار بدون ارزش مکانی و به صورت مجموعه‌ای از اعداد یک، ده، صد و ... و یک‌میلیون نوشته می‌شدند که هر یک از این اعداد و نمادی تصویری داشت. در این دستگاه، برای نشان دادن ضریب مرتبه‌ی ده‌دهی مربوط به هر مرتبه، نشانه‌ی آن مرتبه به تعداد موردنظر تکرار می‌شد و درواقع ارقام برای نشان دادن مرتبه‌ی اعداد و (نه ضرایب) این مراتب به کار می‌رفت. همچنین ترتیب قرار دادن علامات، اهمیتی نداشت هرچند تلاش بر انتخاب زیباترین ترتیب بود (آقاشریف، ۱۳۸۴: ۳).

#### ۵- ارقام و دستگاه شمار در ایران کهن

##### ۵-۱- اعداد خروشتی

خط خروشتی در منطقه‌ی گنداره در شرق افغانستان و شمال پاکستان حدود سال ۳۲۵ پیش از میلاد تا ۳۰۰ پس از میلاد و از قرن دوم پس از میلاد در بخش‌هایی از آسیای مرکزی استفاده می‌شد. با توجه به این‌که این منطقه از ۵۵۹ تا ۳۳۶ پیش از میلاد تحت کنترل امپراتوری هخامنشی بود (که برای آن آرامی زبان بین‌المللی بود)، شباهت در شکل و مقدار بسیاری

از علائم در این دو خط و جهت راست به چپ مشترک آن‌ها، خروشتی به‌وضوح از آرامی مشتق شده است. در طول اولین دوره‌های استفاده از آن (قبل از حدود ۱۰۰ پیش از میلاد)، کتیبه‌های خروشتی حاوی اعدادی بسیار نادر هستند که تنها در چند کتیبه‌ی آشوکا پادشاه مائوریان یافت می‌شود که از حدود ۲۷۳ تا ۲۳۲ پیش از میلاد سلطنت داشت. تنها اعداد ۱، ۲، ۴ و ۵ نمایش داده شده‌اند و همواره با استفاده از حرکات واحد ساده شکل گرفته‌اند. در کتیبه‌های اواخر ساکاه، اشکانیان و کوشانی (که قدمت آن از حدود ۱۰۰ پیش از میلاد به این طرف است)، یک سیستم پیچیده‌تر استفاده می‌شد و اعداد بسیار بزرگ‌تری نمایش داده می‌شدند. این سیستم دارای علائم منحصر به فرد برای اعداد ۱، ۴، ۱۰، ۲۰، ۱۰۰ و ۱۰۰۰ بود (جدول ۷) (داس گوپتا، ۱۹۵۸؛ تارویردیزاده و همکاران، ۱۳۹۸).

جدول ۷- اعداد خروشتی<sup>۱۱</sup>

1	4	10	20	100			1000	
I	X	𐎠	𐎡	𐎢	𐎣	𐎤	𐎥	𐎦
697 = IIII X 13333 𐎣 II X								

## ۵-۲- اعداد فارسی میانه

ایرانیان امپراتوری‌های هخامنشی، سلوکی و اشکانی از اعداد فارسی قدیم، اعداد الفبای یونانی یا اعداد رایج آرامی که قبلاً استفاده می‌کردند. سلسله‌ی ساسانی در ۲۲۸ میلادی، هنگامی که اردشیر اول امپراتوری اشکانی را نابود کرد، روی کار آمد که چندین قرن پیش از آن، بیشتر قلمرو عراق و ایران کنونی را تصرف کرده بود. چندین قرن، امپراتوری ساسانی رقیب رم و بعد از آن بیزانس در غرب و امپراتوری گوپتا در هند در شرق بود و تا فتح اسلامی قدرت غالب در بین‌النهرین و ایران بود. زبان فارسی میانه (تبار فارسی امروزی)، زبان اداری و تجاری ساسانی، در حروف صامت مشتق شده از خط آرامی نوشته شده بود که منعکس‌کننده‌ی میراث حکومت هخامنشی، سلوکی و اشکانی در منطقه بود (جدول ۸) (فرای، ۱۹۷۳؛ تارویردیزاده و همکاران، ۱۳۹۸).

جدول ۸- اعداد فارسی میانه<sup>۱۲</sup>

1	10		20	100		1000
I	𐎠	𐎡	𐎢	𐎣	𐎤	𐎥
6798 = IIII IIII 𐎠 3333 𐎣 IIII 𐎥 IIII						

<sup>۱۱</sup>: سالومون، ۱۹۹۸: .

<sup>۱۲</sup>: گلاس، ۲۰۰۰: ۱۳۹-۱۴۳.

۵-۳- اعداد سُغدی

جدول ۹- اعداد سغدی ۱۴

۵-۴- اعداد مانوی،

جدول ۱۰- اعداد مانوی<sup>۱۵</sup>

۱۳. شروع، ۱۹۹۶: ۵۳۰.

## ۵-۵- اعداد پهلوی

به دنبال فتح اسلام، خط عربی به طور معمول برای نوشتن زبان فارسی میانه استفاده می شد. با این حال، ایرانیان زرتشتی به استفاده از خط مشتق شده از آرامی برای متون مذهبی و دیگر اهداف خود ادامه دادند. هیچ متن فارسی روی پاپیروس از دوره ی اولیه ی فارسی میانه باقی نمانده است، اما در دوره ی آخر فارسی میانه و پس از فتح اسلام، ایرانیان نوشتن با استفاده از یک خط شکسته، نسخه ی بسیار مرتبط با خط پهلوی قبلی را آغاز کردند که پهلوی کتابی نامیده می شد. در کنار این خط، مجموعه ای از اعداد استفاده می شد "پهلوی" می نامند (جدول ۱۱) (آبرامیان، ۱۹۶۵: ۲۸۵؛ تارویردیزاده و همکاران، ۱۳۹۸).

جدول ۱۱- اعداد پهلوی<sup>۱۶</sup>

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1s	𐬀	𐬁	𐬂	𐬃	𐬄	𐬅	𐬆	𐬇	𐬈
10s	𐬉	𐬊	𐬋	𐬌	𐬍	𐬎	𐬏	𐬐	𐬑
100s	𐬒								
1000s	𐬓								
4697 = 𐬓𐬑𐬒𐬏𐬎𐬍𐬌𐬋𐬊𐬉									

## ۶. نتیجه گیری

اشتراک میان نظام های نشانه گذاری عددی بین النهرین، استفاده ی آن ها از نشانه گذاری تجمعی با علائمی برای ۱ و ۱۰ است. در جهات دیگر، میان این نظام ها تفاوت قابل ملاحظه ای وجود دارد که به علت فاکتورهای زبان شناسی (سومری در مقابل سامی) یا کاربردی (اداری در مقابل ریاضی) است. بقای پایه ی شصت تایی در طول دوره ی تقریباً ۳۵۰۰ سال، وصیتی برای حفظ سنت های سومری توسط بابلی ها است، اما بیشتر اعداد مورداستفاده بعد از ۲۵۰۰ پیش از میلاد، ابتدا ده دهی بودند. توابع ریاضی نظام های مختلف، در حالی که برای مورخان ریاضی جالب هستند، در مقایسه با توابع اداری و ادبی آن ها حداقل هستند. فتح بین النهرین توسط هخامنشیان و بعد از آن سلوکیان، ناقوس مرگ را برای سنت های بومی بین النهرین نواختند که بعد از آن اعداد آرامی و سپس یونانی برای بیشتر اهداف استفاده می شدند. حتی اعداد موقعیتی، نشان دستاورد ریاضی بابلی ها، به سرعت تحت شرایط سلطه ی سیاسی و فرهنگی از بین رفتند. سیستم مشترک آشوری-بابلی در مناطق خاورمیانه که در آن نفوذ بین النهرین قوی بود عاریه گرفته شد و تغییر کرد، اما تاریخ اعداد بین النهرین به جای شاخه ای عمدتاً خطی است، با هر سیستم جانشین آن به وجود می آمد اما برای بسیاری از نظام های خارج بین النهرین جانشین آن ها ایجاد نشد. نظام های متعدد اغلب در آن زمان در بین النهرین استفاده می شدند که استفاده از آن ها در متون به روشی که مشخص نیست، تعریف شده بود. تنها به جز نظام های لوانتین که از هر دو تبار بین النهرین و خط تصویری مشتق شدند، نظام های بین النهرین تعداد زیادی نسل در بین النهرین یا خارج آن ایجاد نکردند.

اعداد سومری بسیار شبیه به اعداد ایلامی هستند و در هر دو سیستم پایه شصت تایی برقرار بود در اعداد ایلامی اولیه برای اشیای بی جان و محصولات غله ای و اشیای جاندار از پایه های مختلف اعداد استفاده می شد مقیاس شصت گانی، دستگاه عددی بر مبنای ۶۰ است که بابلی های باستان از آن استفاده کرده اند و هنوز نیز در اندازه گیری های زمان و زوایا برحسب دقیقه و ثانیه به کار می رود.

<sup>۱۶</sup>. مکنزی، ۱۹۷۱: ۱۴۵.

در مقایسه با عددهای بین‌النهرین عدد یک در سیستم سومری، آشوری - بابلی، ماری، هیتی، فارسی قدیم و بابلی موقعیتی عدد یک و ۱۰ به شکل یکسان نوشته می‌شود.

در سیستم بابلی موقعیتی نماد عددی یک با ۶۰ و ۳۶۰۰ به شکل ۱ نوشته می‌شود.

در سیستم بابلی موقعیتی نماد عدد ۱۰ و ۶۰۰ و ۳۶۰۰ به شکل ۱ می‌آید.

در سیستم‌های نشانه‌گذاری لوانتین عدد یک که شامل آرامی، فنیقی، پالمیرین، نبطی، خروشتی، هاتران، سریانی قدیم، فارسی میانه شبیه هم و به شکل ۱ نوشته می‌شود در سغدی و مانوی عدد ۱ به شکل ... نمایش داده شده است. نویسه عدد چهار در نبطی و خروشتی به شکل ۱ است. نویسه عدد ۵ در آرامی و پالمیرین به شکل ۷ است و در سیستم هاتران، سریانی قدیم و مانوی به شکل ۷ می‌آید.

نویسه عدد ۱۰ در سیستم آرامی، فنیقی، پالمیرین، هاتران و سریانی قدیم به شکل ۷ می‌آید. نویسه عدد بیست در پالمیرین، نبطی، خروشتی، هاتران و فارسی میانه به یک شکل ۳ می‌آید. نویسه عدد ۱۰۰۰ در فارسی میانه و سغدی به این شکل ۷ می‌آید.

## ۷. مراجع

۱. آقاشریف، احمد. (۱۳۸۳). اسرار و رموز اعداد و حروف. تهران: نشر شهید سعید محبی.
۲. بهزادی، رقیه. (۱۳۹۱). قوم‌های کهن در قفقاز، بین‌النهرین و هلال حاصلخیز. تهران: نشر علمی.
۳. بیرونی، ابوریحان. (۱۳۶۲). التفهیم لأوائل ضاعه التنجیم، ترجمه جلال‌الدین همایی، تهران: بابک.
۴. تارویردیزاده، نسرین؛ (۱۳۹۲). ارتباط سیاق با اعداد در ایران باستان، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم تحقیقات تهران.
۵. تارویردیزاده، نسرین؛ منشی‌زاده، مجتبی، شهیدی، علی (۱۳۹۸). «ارقام و سیستم شمارش زبان‌های کهن ایرانی» نخستین کنفرانس علوم انسانی و توسعه، دانشگاه پیام نور استان فارس، شیراز، ایران. ۷ص.
۶. حسینی‌شکراپی، احترام‌السادات. (۱۳۸۹). بررسی نقش اعداد از باستان تا کنون. تهران: پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی.
۷. شیمیل، آنه‌ماری. (۱۳۹۲). راز اعداد. ترجمه فاطمه توفیقی؛ قم: دانشگاه ادیان و مذاهب.
۸. نورآقایی، آرش. (۱۳۸۷). «عدد، نماد، اسطوره». تهران: نقد افکار.
۹. Abramian, R, ed. (۱۹۶۵). Pehleviisako-persidsko-armiano-russko-angliiskii slovar. Erevan: Mitk.
۱۰. Blažek, V. (۱۹۹۹). Numerals: Comparative-etymological Analyses of Numeral Systems and Their Implications: Saharan, Nubian, Egyptian, Berber, Kartvelian, Uralic, Altaic and Indo-European Languages (Vol. ۳۲۲). Masarykova Univerzita Brne.
۱۱. Chrisomalis, Stephon. (۲۰۱۰). Numerical notation a comparative history.
۱۲. Closs, Michael P, ed. (۱۹۸۶). Native American Mathematics. Austin: University of Texas Press.
۱۳. Das Gupta, C. C. (۱۹۵۸). The Development of the Kharosthi Script. Calcutta: Firma K. L. Mukhopadhyay.
۱۴. Eleanor Robson and Jacqueline Stedall, (۲۰۰۹) First published, THE HISTORY OF MATHEMATICS.

۱۵. Frye, Richard N. (۱۹۷۳). Sasanian numbers and silver weights. *Journal of the Royal Asiatic Society* ۱: ۲-۱۱.
۱۶. Glass, Andrew. (۲۰۰۰). A preliminary study of Kharoṣṭhī manuscript paleography. Unpublished M.A. thesis, University of Washington
۱۷. Ifrah, Georges. (۱۹۸۵ [۱۹۸۱]). *From One to Zero: A Universal History of Numbers*. Translated by L. Bair. New York: Viking Penguin.
۱۸. Lidzbarski, Mark. (۱۸۹۸). *Handbuch der Nordsemitischen Epigraphik*. Weimar: Emil Felber.
۱۹. Mackenzie, D. N. (۱۹۷۱). *A Concise Pahlavi Dictionary*. London: Oxford University Press.
۲۰. Mallory, J. P. (۱۹۹۲). In Search of the Indo-Europeans/Language, Archaeology and Myth. *Præhistorische Zeitschrift*, ۶۷(۱), ۱۳۲-۱۳۷.
۲۱. Menninger, Karl. (۱۹۶۹). *Number Words and Number Symbols*. Translation by Paul Broneer. Cambridge, MA: MIT Press.
۲۲. Müller, F. W. K. (۱۹۱۲). Ein Doppelblatt aus einem manichäischen Hymnenbuch (Mahrnâ-mag). *Abhandlungen der Königlich preussischen Akademie der Wissenschaften, philosophisch-historische Classe, Jahrgang ۱۹۱۲, Abh. V*: ۱-۴۰.
۲۳. Neugebauer, Otto. (۱۹۴۱). On a special use of the sign “zero” in cuneiform astronomical texts. *Journal of the American Oriental Society* ۶۱: ۲۱۳-۲۱۵.
۲۴. Neugebauer, Otto. (۱۹۵۷). *The Exact Sciences in Antiquity*, second ed. Providence, RI: Brown, University Press.
۲۵. Neugebauer, Otto. (۱۹۷۵). *A History of Ancient Mathematical Astronomy*. ۳ vols. New York: Springer-Verlag.
۲۶. Nissen, Hans J, Peter Damerow, and Robert K. Englund. (۱۹۹۳). *Archaic Bookkeeping*. Translation of *Fruhe Schrift und Techniken der Wirtschaftsverwaltung im alten Vorderen Orient* by Paul Larsen. Chicago: University of Chicago Press.
۲۷. Salomon, Richard. (۱۹۹۸). *Indian Epigraphy*. New York: Oxford University Press
۲۸. Skjaervø, P. Oktor. (۱۹۹۶). Aramaic scripts for Iranian languages. In *The World's Writing Systems*, ed. Peter T. Daniels and William Bright, pp. ۵۱۵-۵۳۵. New York: Oxford University Press.
۲۹. Sundermann, Werner, and Peter Zieme. (۱۹۸۱). Soghdisch-Türkische Wortlisten. In *Scholia: Beiträge zur Turkologie und Zentralasienkunde*, ed. Klaus Röhrborn and Horst Wilfrid Brands, pp. ۱۸۴-۱۹۳. Wiesbaden: Otto Harrassowitz.
۳۰. Sundermann, Werner. (۱۹۹۷). The Manichaean texts in languages and scripts of Central Asia. In *Languages and Scripts of Central Asia*, ed. Shirin Akiner and Nicholas Sims-Williams, pp. ۳۹-۴۵. London: School of Oriental and African Studies.